

几何建模

隐式曲面 细分曲面 及其它



几何物体的表示

- 隐式曲面
- 细分曲面
- 物体的CSG树表示
- 自然景物表示方法

隐式曲面

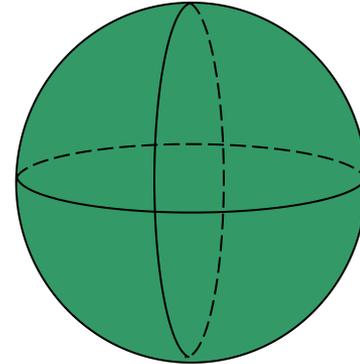
- \mathbb{R}^3 中的隐式曲面表示为：

$$\{f(x,y,z)=0, (x,y,z)\in\mathbb{R}^3\}$$

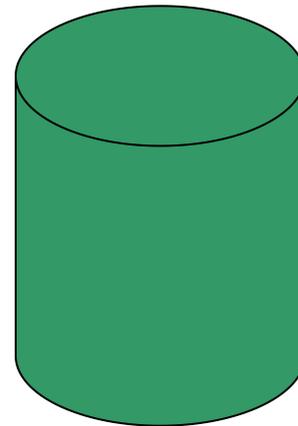
- 三维空间中的曲面(二维流形)，两个独立变量
- $f(x,y,z)$ 称为隐式函数：
 - 数学表达式，或
 - 过程定义的函数
- 当 $f(x,y,z)$ 为多项式函数时，称为代数曲面

隱式曲面举例

- 球面： $x^2 + y^2 + z^2 = 1$



- 圆柱面： $x^2 + y^2 = 1$



隐式曲面与参数曲面的比较

- 与参数曲面相比，隐式曲面的优点
 - 隐式曲面可以表示具有复杂拓扑的形状
 - NURBS曲面只能表示拓扑等价于矩形的四边曲面
 - NURBS曲面表示非退化封闭光滑曲面时，需要光滑拼接
 - 隐式曲面比NURBS曲面更适合于进行
 - 布尔运算（如，区分封闭曲面的内外）
 - 光线跟踪（表示光线的直线方程与曲面的交点）
 - 点集判断（空间点与曲面的关系的判定）

隐式曲面与参数曲面的比较

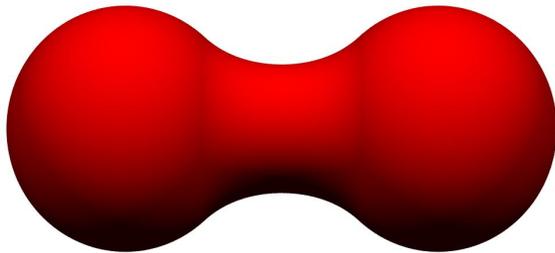
- 与参数曲面相比，隐式曲面的特点
 - 隐式曲面表示不直观，难以进行外形的交互修改
 - 对比：NURBS曲面的外形控制手段非常直观
 - 隐式曲面通常没有边界
 - NURBS曲面具有显式的边界
 - 隐式曲面难以直接进行显示
 - NURBS曲面可以借助于剖分算法，对逼近多边形表示绘制

隐式曲面与参数曲面的相互转化

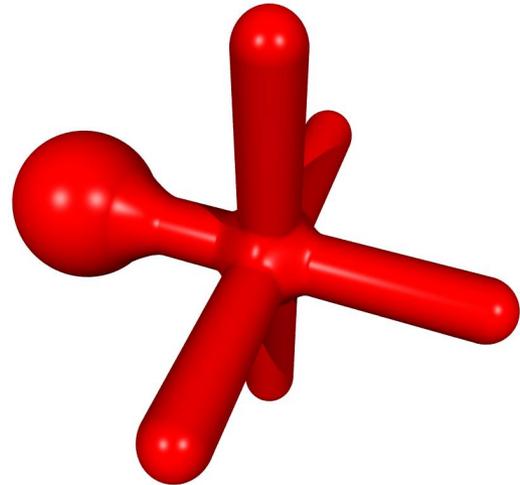
- 隐式化：从参数曲面到隐式曲面
 - 总可消除NURBS曲面的参数，得到其隐式表示
 - 代数次数 $2 \times m \times n$
- 参数化：从隐式曲面到参数曲面
 - 并非所有的隐式曲面都可以参数化
 - 对于非退化的二次代数曲面和具有一个奇异点的三次代数曲面，可以进行有理多项式参数化

图形学中常用的隐式曲面造型技术

- 基于骨架的隐式曲面造型
 - 基于点、线和面骨架的Metaball方法
 - 基于骨架的卷积曲面



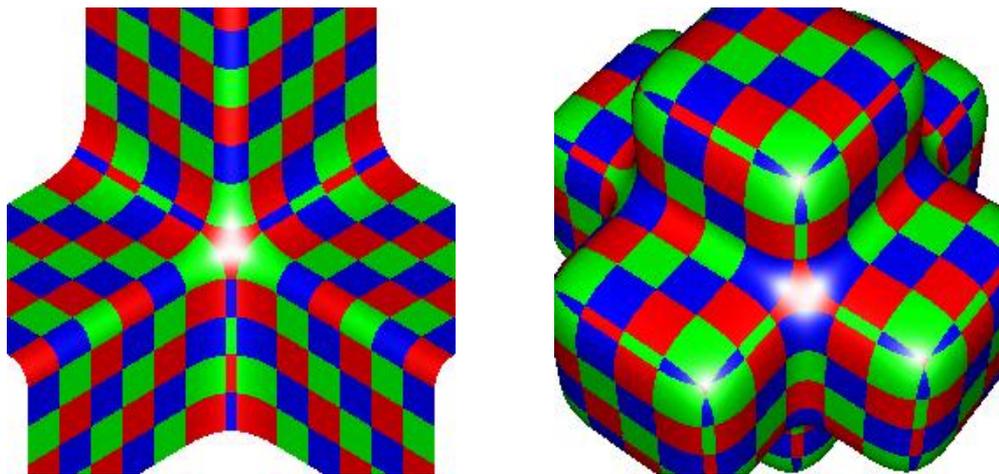
基于点骨架的
Metaball造型



基于点、直线混合骨架
的Metaball造型

图形学中常用的隐式曲面造型技术

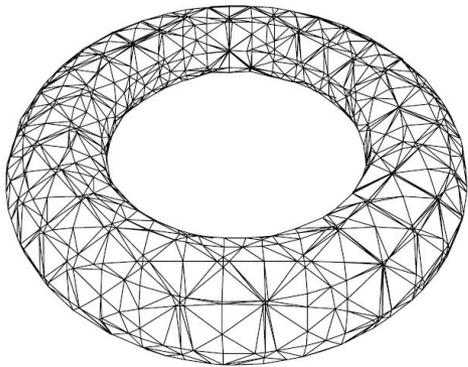
- 代数曲面片造型技术，包括二次代数曲面方法等



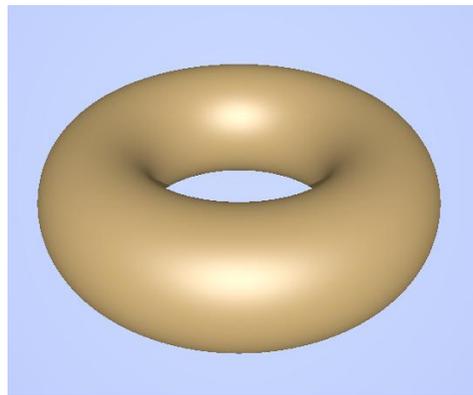
代数曲面片造型

隐式曲面的显示

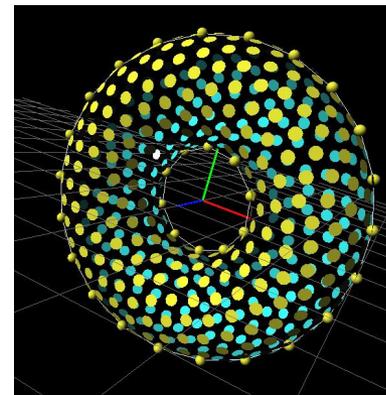
- 多边形化：用平面多边形逼近隐式曲面
移动立方体（Marching Cube）方法
- 光线投射/光线跟踪：生成高质量的图像的技术
- 粒子系统：在隐式曲面上均匀布撒粒子



多边形化

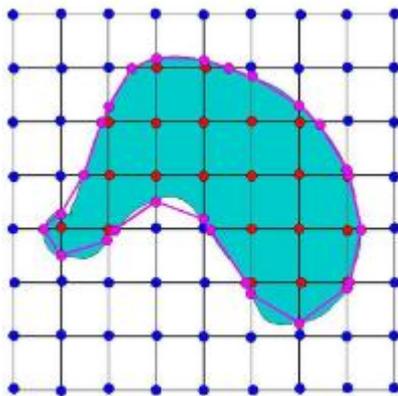
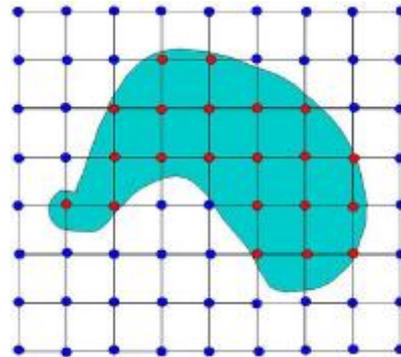
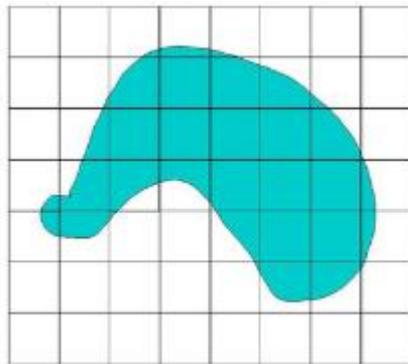
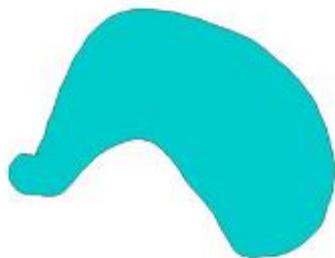


光线投射



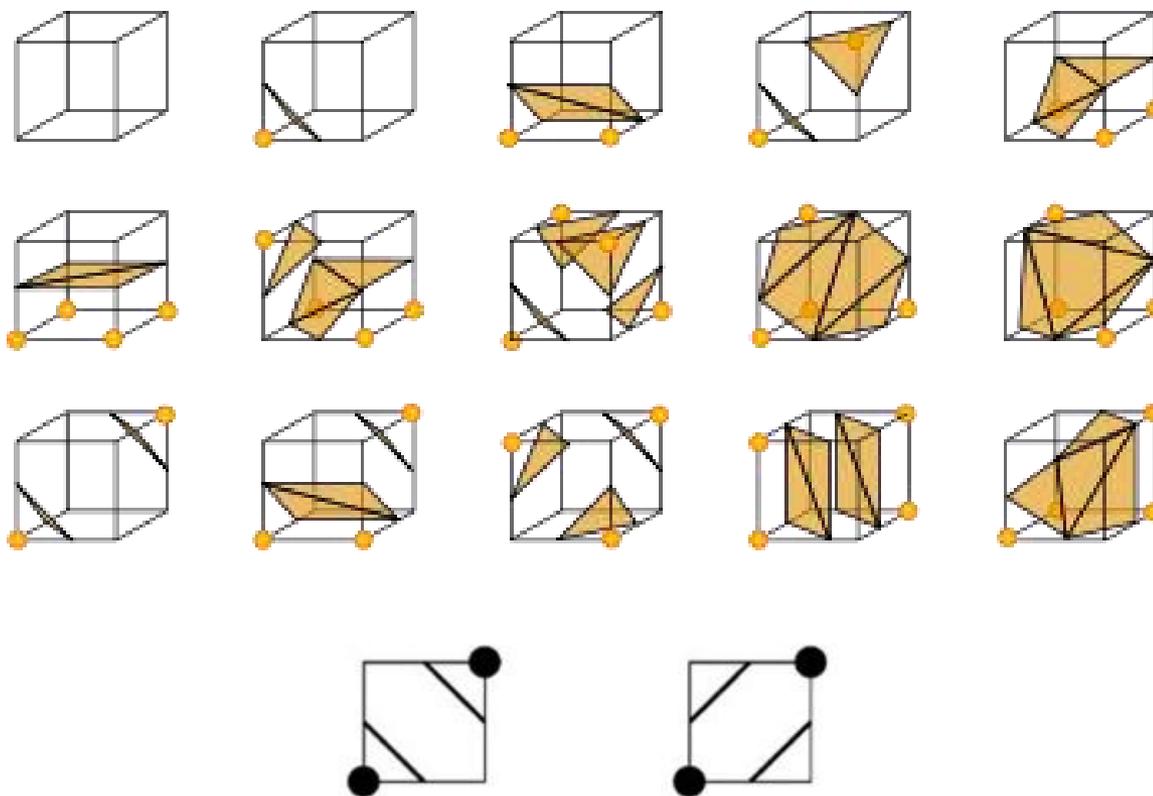
粒子系统

平面边界的跟踪：“移动正方形”



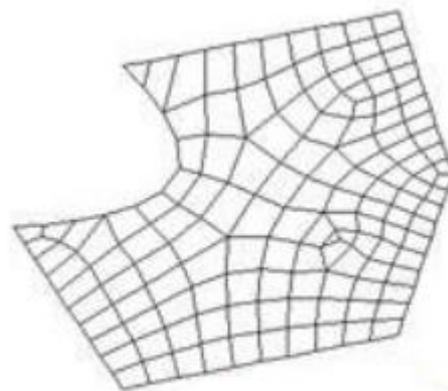
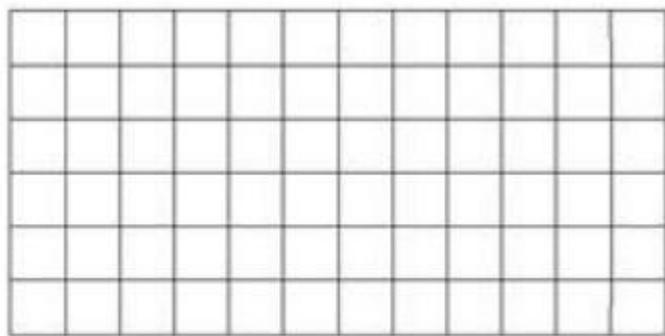
Marching Cube 移动立方体

- Lorensen and Cline 1987



细分曲面 subdivision surfaces

- 在四边形网格上可以构造张量积样条曲面
- 在非规则网格上，难于建立这样的曲面



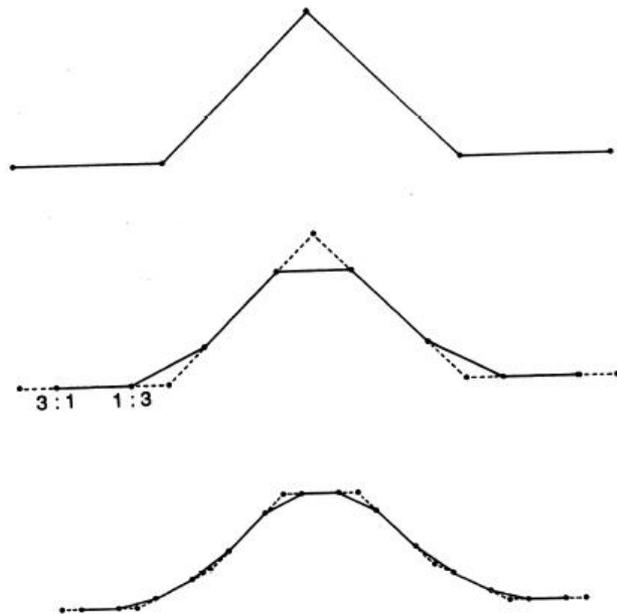
细分曲面

- 基本出发点：
 - 寻求复杂形状的近似表示
 - “细分”，一种加密网格点的方法
 - 一种“割角”，或者“雕刻”打磨的过程
 - 极限曲面满足某种连续性，或者光滑性
 - 当网格规则时，结果与传统的样条曲面一致
- 基本规则：
 - 几何规则：如何产生新的点
 - 面、边、顶点
 - 拓扑规则：如何连接新产生的点

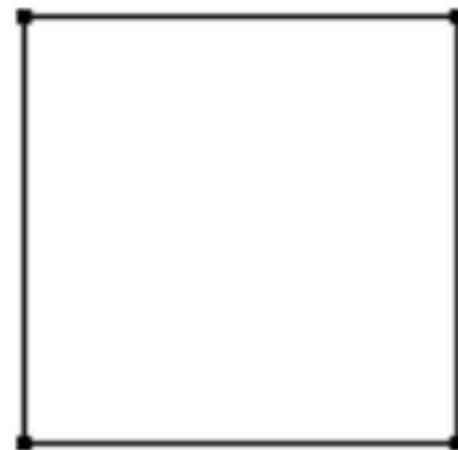
细分曲线

- Chaikin算法(1974): 均匀二次B-样条曲曲线的离散生成
 - 输入多边形折线
 - 每次在边的1:3和3:1处生成两个新顶点, 按规则连接新生成的顶点
 - 极限曲线为均匀二次B-样条曲线

Chaikin算法



Chaikin算法示意图



Chaikin算法动态示意图

Doo-Sabin细分曲面

- Doo and Sabin 1976 推广了Chaikin 算法
 - 由二次B-样条曲线推广到二次B-样条曲面
 - 输入为一个多边形面片，经过重复的剖分，生成光滑的极限曲面
 - 四边形网格定义

Doo-Sabin细分曲面的生成规则

- 面点(face point):

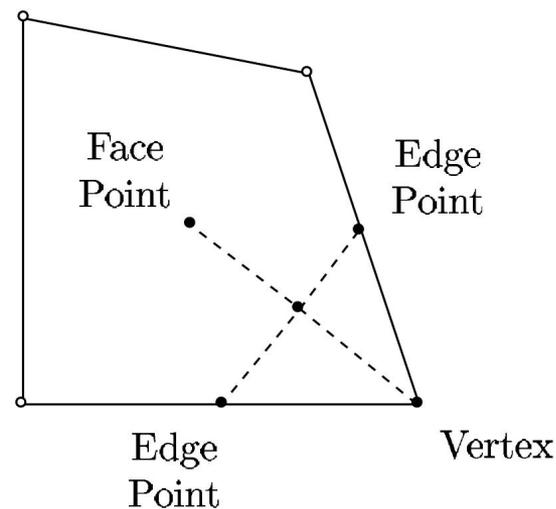
面的顶点的平均

- 边点(edge point):

边的中点

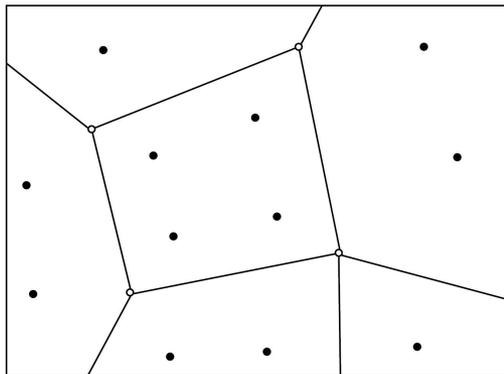
- 新顶点(new Vertex):

对每个面的每一个顶点，计算面点、两个边点和原有顶点的平均

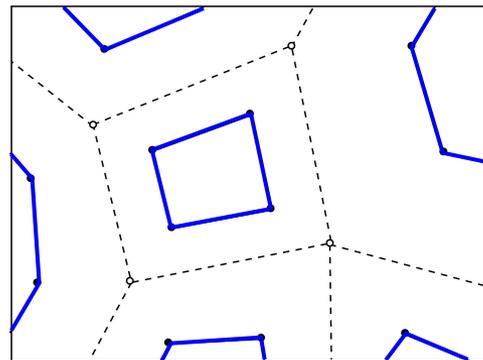


Doo-Sabin细分曲面生成的
各类顶点

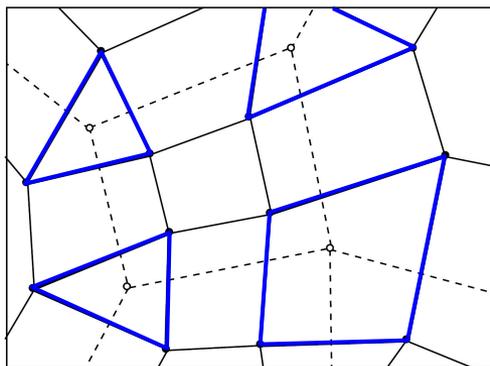
Doo-Sabin细分曲面新顶点连接



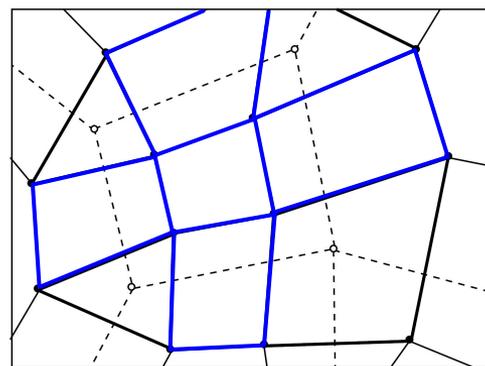
初始多边形及生成的新顶点



对于每个面，连接生成的新顶点

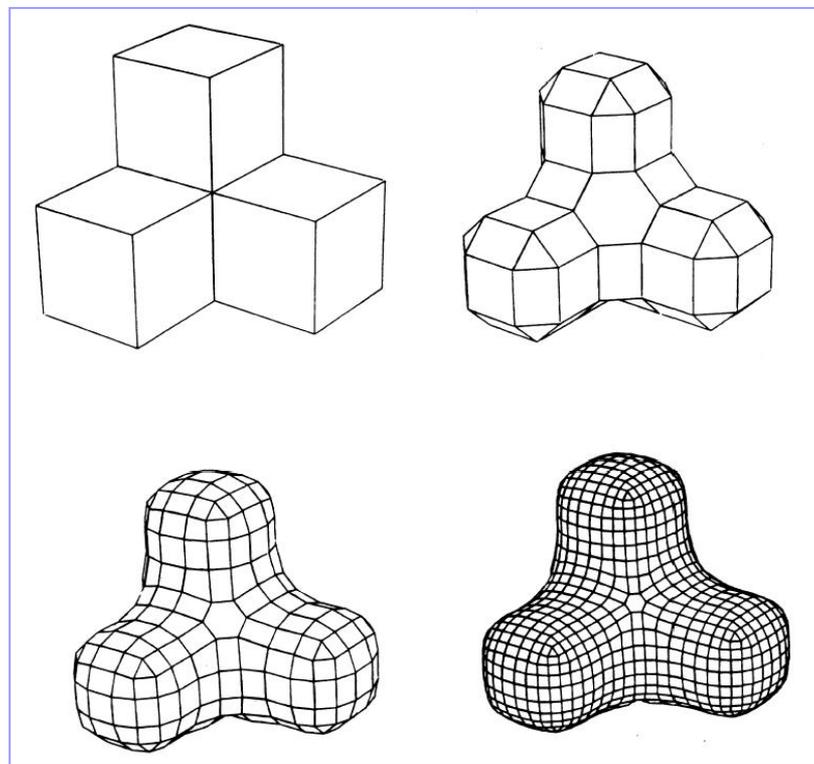


对于每个老顶点，连接与之相邻的新顶点



对于每条边，连接与该边相邻的两个面上的对应新顶点

Doo-Sabin 细分曲面实例

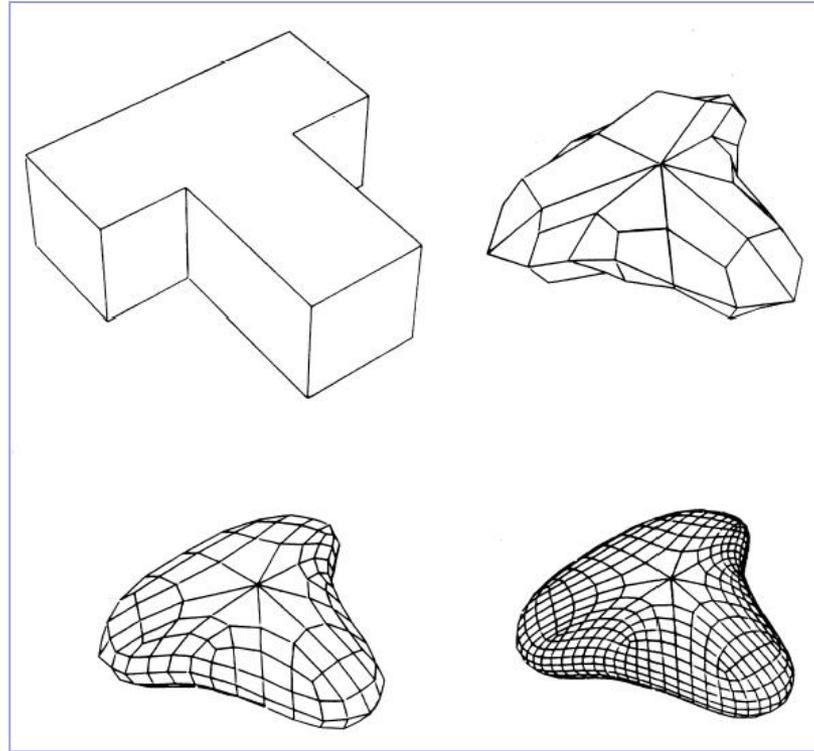


Doo-Sabin 细分曲面

Catmull-Clark细分曲面

- Catmull and Clark 1978
 - 双三次B-样条曲面的推广
 - 四边形网格定义
 - 对每个面，增加新的面点：
该面的顶点的平均
 - 对每条边，增加新的边点：
共享该边的两个面的点和该边的两个端点的平均
(可能不在原来的边上)
 - 类似地，有顶点的定义

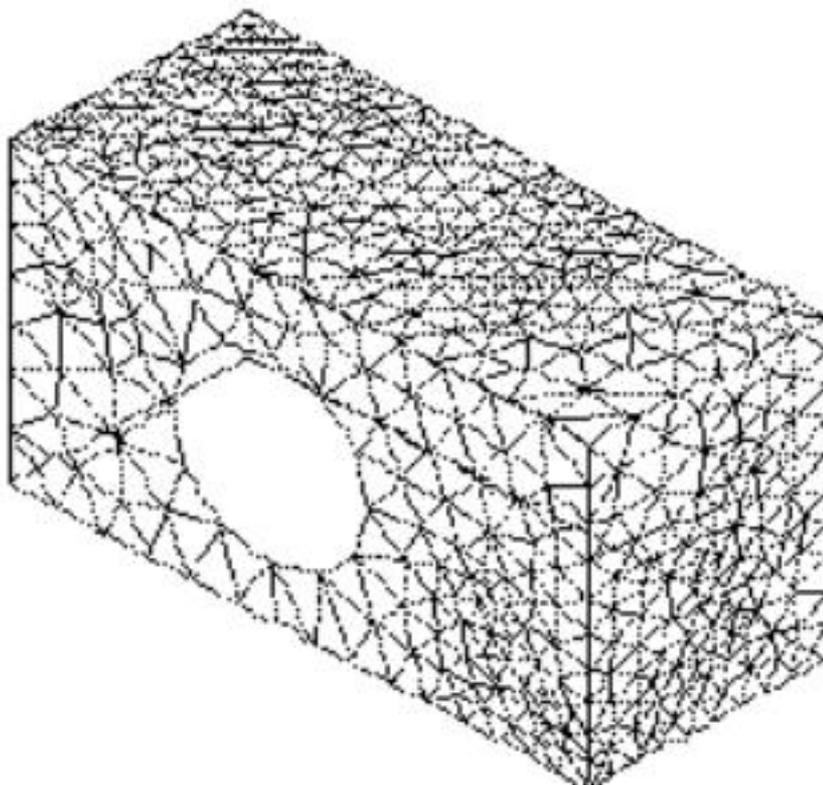
Catmull-Clark细分曲面



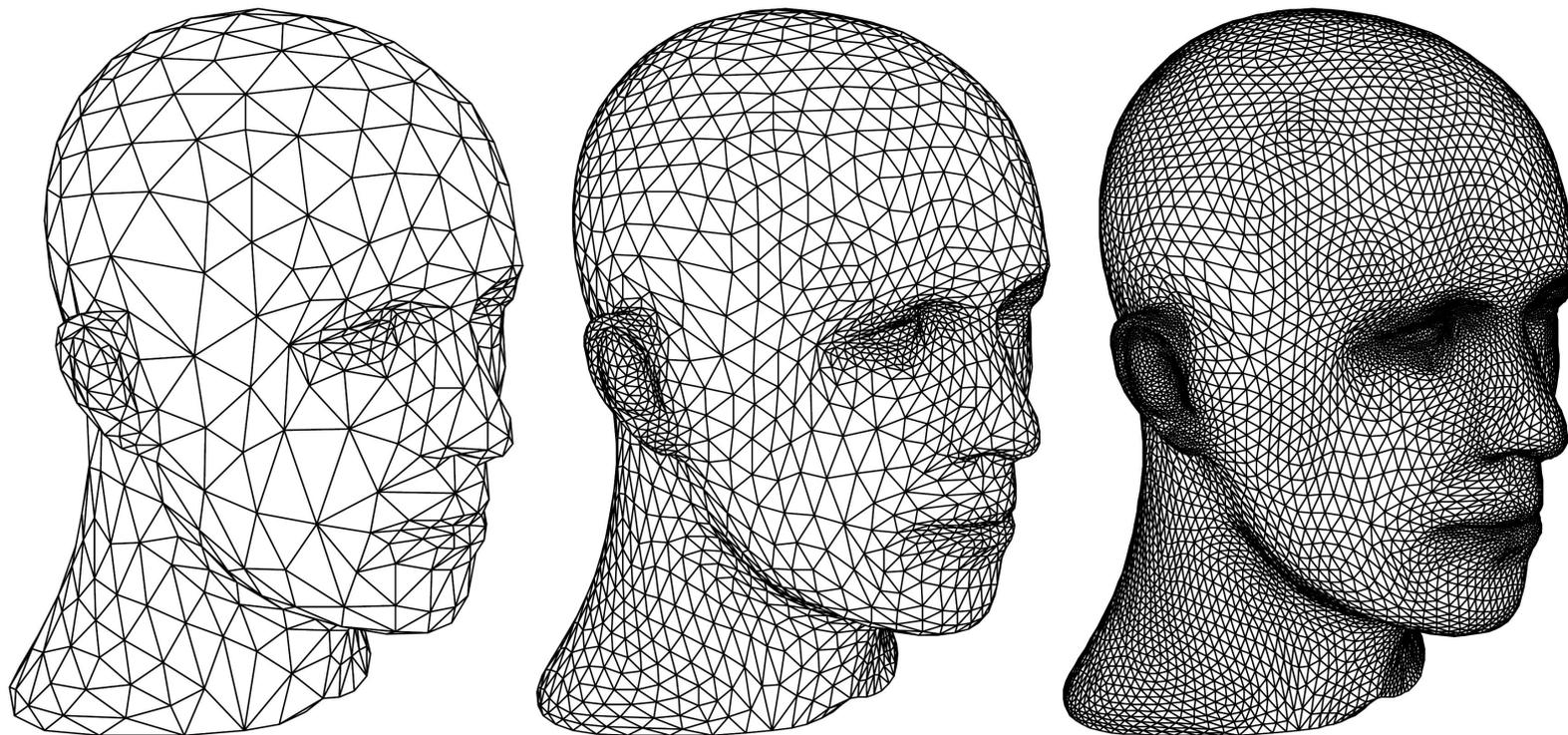
Catmull-Clark细分曲面

Loop 细分 1987

- 三角网格上的顶点加密算法

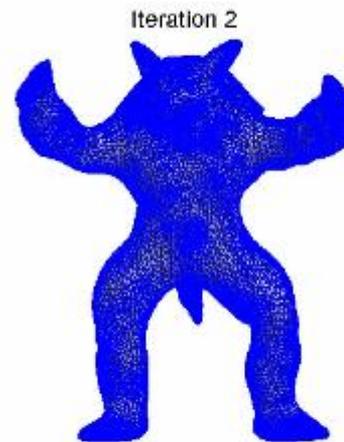
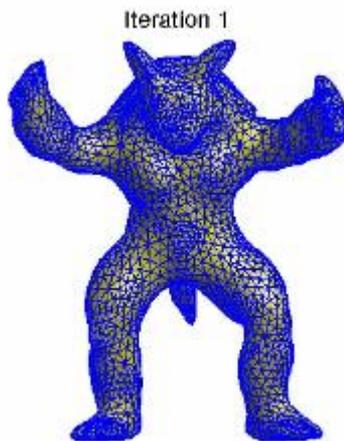
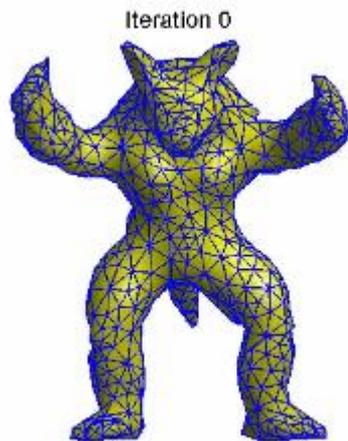


Loop 细分



Loop细分曲面实例

Loop 细分



细分曲面的连续性

- Doo-Sabin (1978) C^1
- Catmull-Clark (1978) C^2 , 在非规则点上 C^1
(1998)
- Loop(1987) C^2 , 在非规则点上 C^1
- 规则点：
 - 四边形网格：度为4
 - 三角形网格：度为6

细分曲面的特点

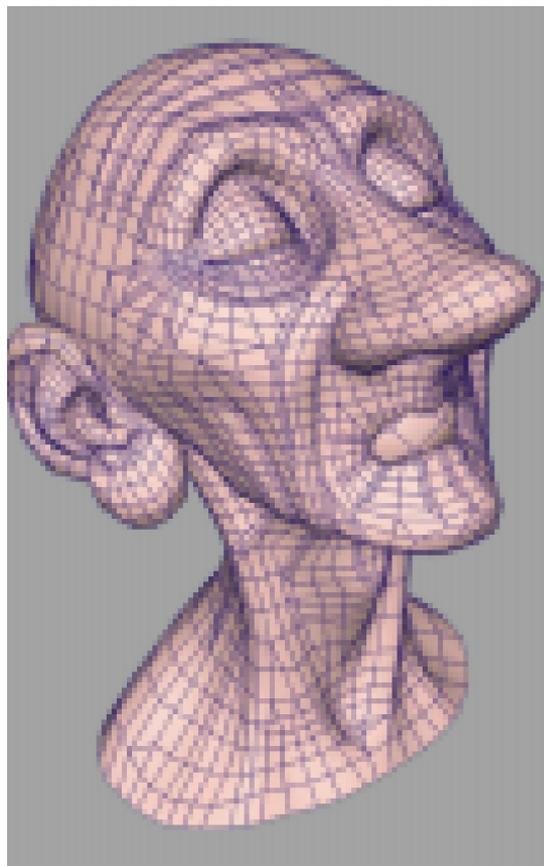
■ 优势

- 极限曲面 C^1 或 C^2 连续的光滑曲面
- 可以表示任意拓扑
- 也可以实现插值
- 适合于动画造型、快速显示

■ 不足

- 奇异点处没有解析表达，难以计算
- 难以精确控制其外形
- 难以构造高阶光滑曲面

更多的细分曲面实例



物体的CSG树表示

- 构造性立体几何

CSG: Constructive Solid Geometry

- 表示实体：既有边界，也包含内部

- 表示边界：多边形、参数曲面、隐式曲面、细分曲面

- 对应的几何定义方法：边界表示 Brep

- CSG树表示应用：

面向浇铸、加工或拉伸等CAD/CAM过程

物体的CSG树表示

■ CSG树：

通过一系列几何操作将简单基本体素组合起来

□ 基本体素：立方体、球、圆柱、圆锥等

□ 几何操作

■ 布尔运算：并、交、差、补等

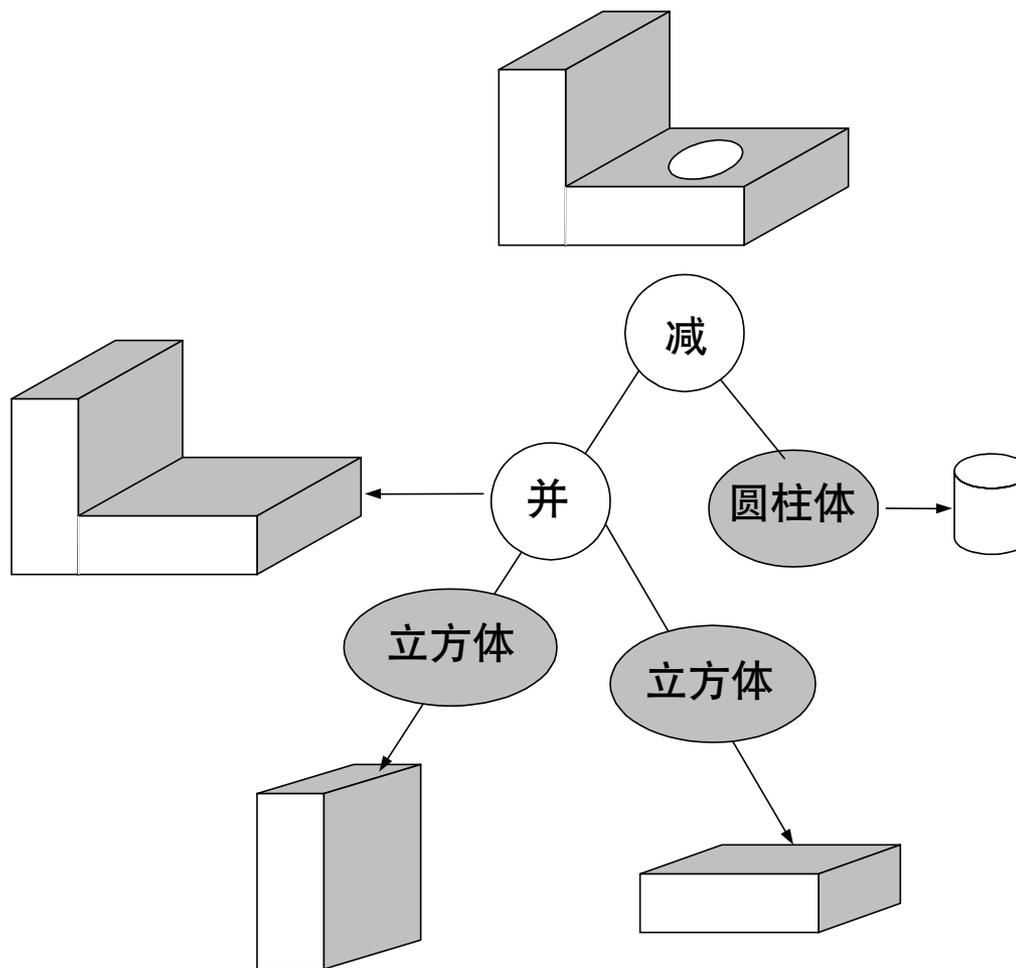
■ 几何变换：平移、旋转、放缩、剪切等

■ 特点：含有丰富的造型信息

□ 物体生成过程

□ 物体表示

一个CSG树表示的实例



物体的CSG树表示的分析

- CSG树的缺点
 - 绘制耗时
 - 限制了物体外形的修改
- 改进：混合表示
 - 将边界表示和布尔运算结合起来，形成一种介于边界表示和CSG实体表示之间的混合表示