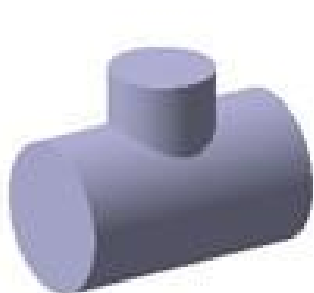
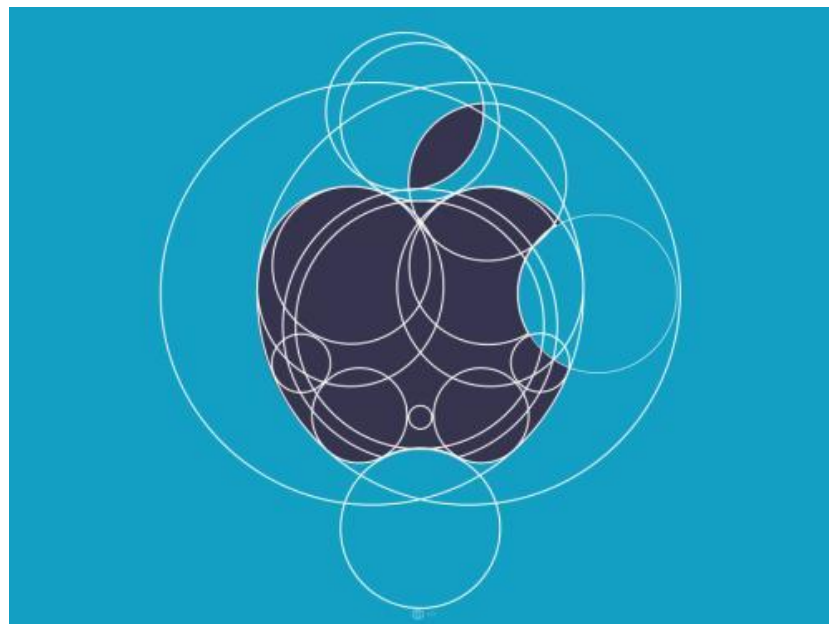


几何建模

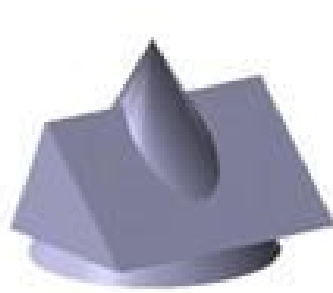
隐式曲面 细分曲面 及其它



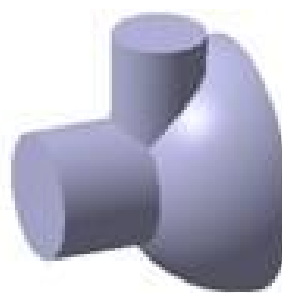
布尔运算与几何求交



(a)



(b)



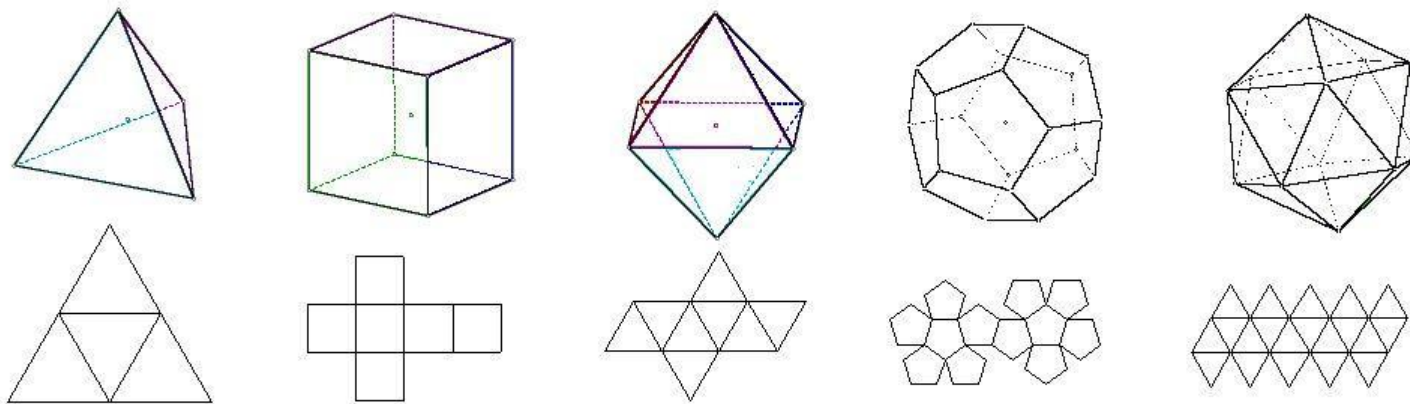
(c)



(d)

多面体的欧拉公式

- 凸多面体： $V-E+F=2$



- 类似的公式可向高维空间扩展

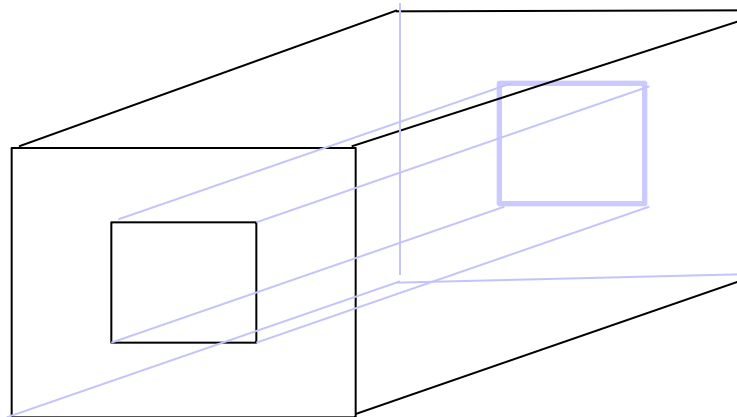
扩展的欧拉公式

■ $V - E + F - r + 2h - 2s = 0$

□ r 内环

□ h 通孔

□ s 不相连的物体个数



■ 例子

V E F r h s

16 24 10 2 1 1

自然景物表示方法

- 自然景物的模拟

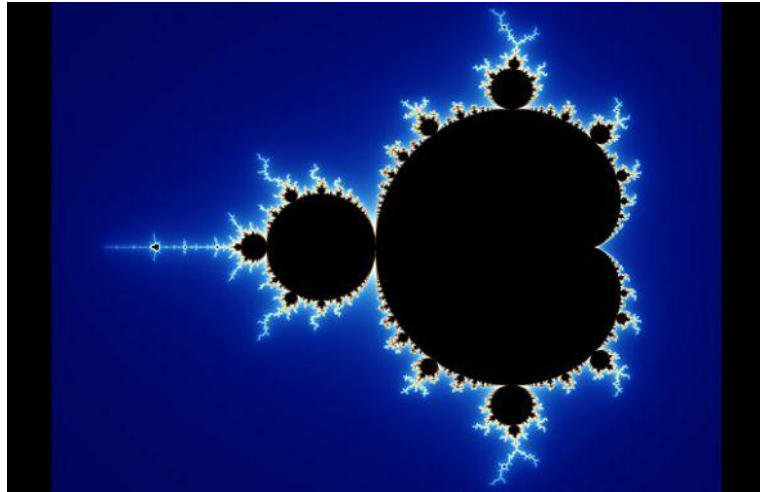
图形学中最具挑战性的问题之一

- 山、树木、花草、火焰、云、彩虹、烟、流体，甚至闪电等

- 目前三种常用方法

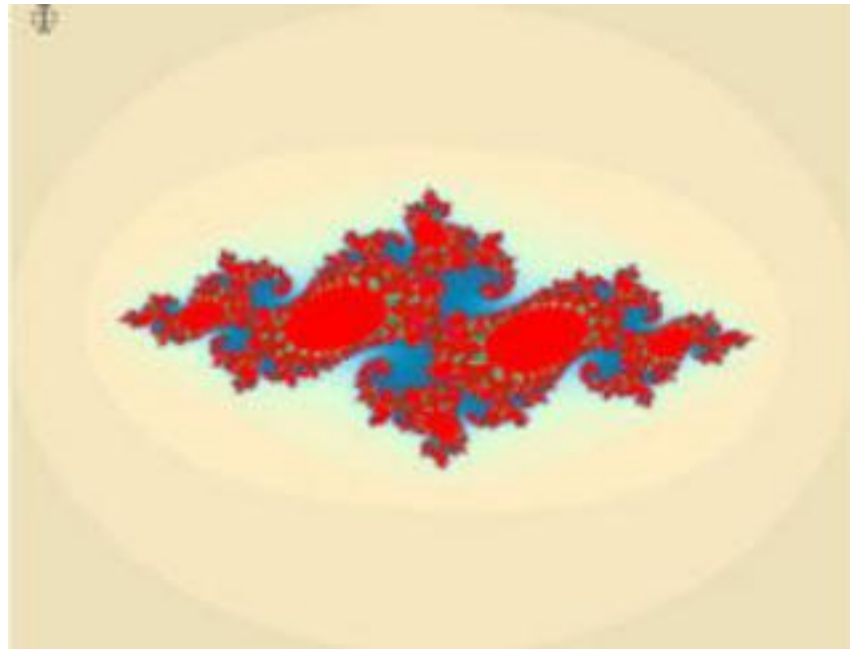
- 分形
- 基于语法规则的L-系统
- 粒子系统

分形几何 fractal geometry



分形几何

- Julia 集: $f(z) = z^2 + C$

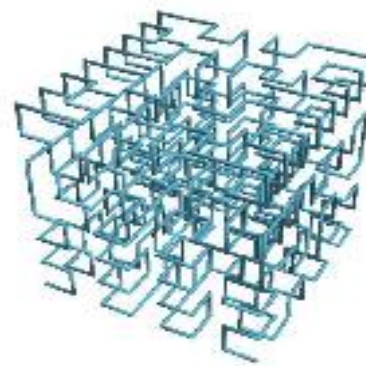
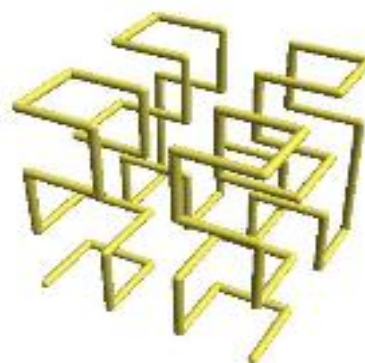
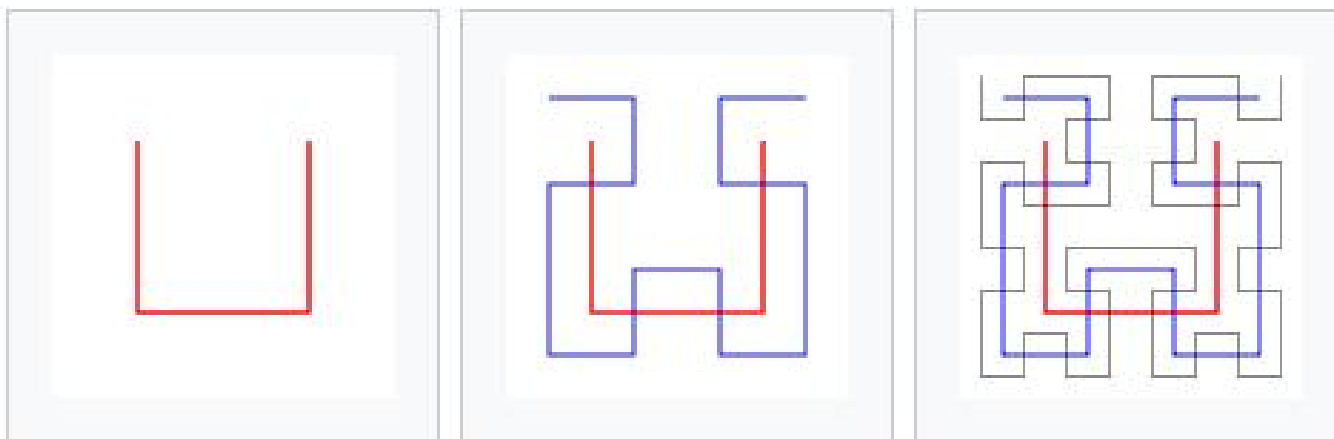


分形几何

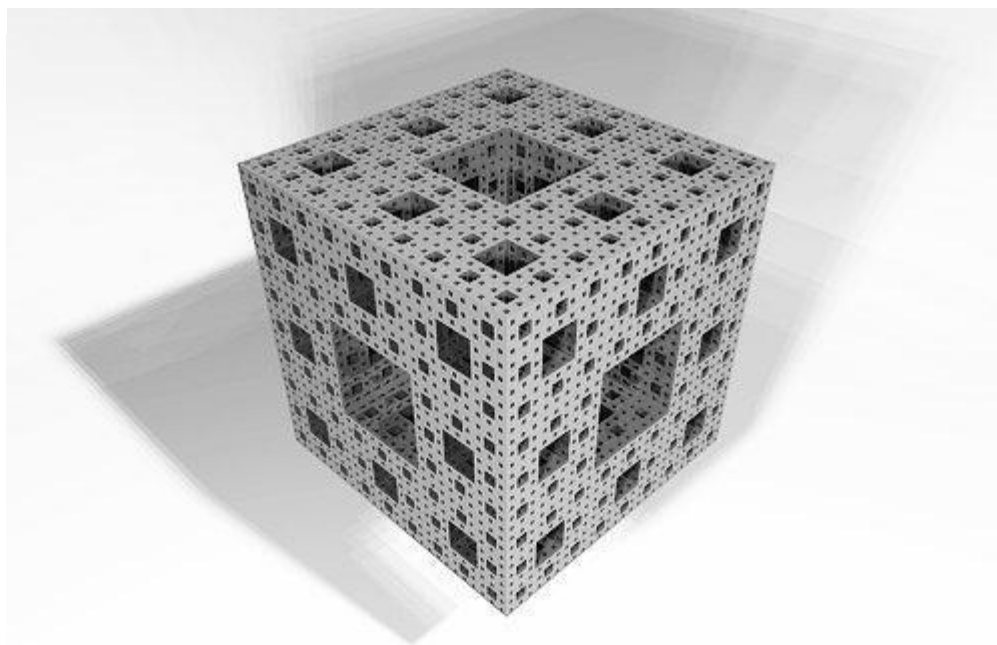
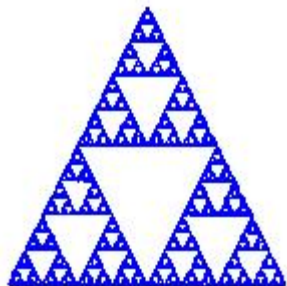


Mandelbrot 1924–2010

Hilbert曲线



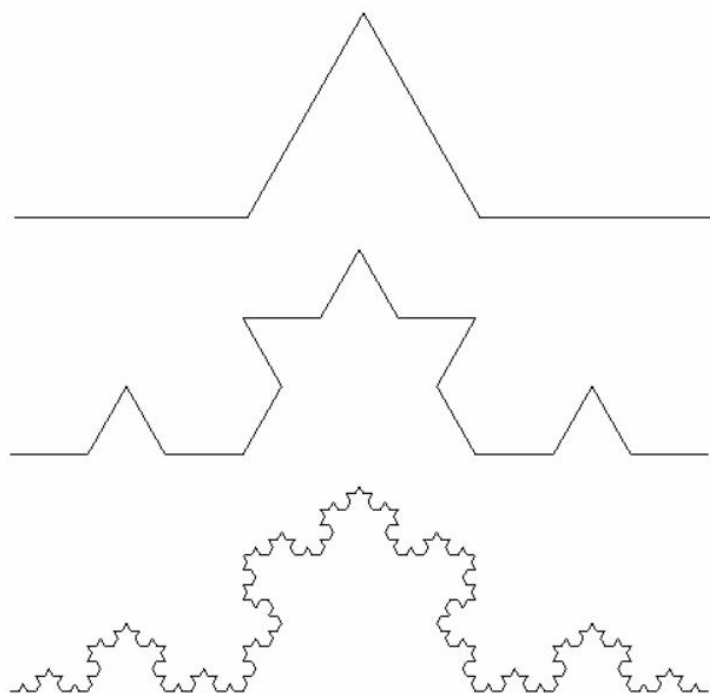
Sierpinski 三角形、六面体



分形

- 分形(Fractal)的主要特征：
 - 自相似性质：分形物体的任何一个部分都和物体整体具有某种程度的相似
 - 无限小细节性质：当无限地放大分形物体时，物体总是表现有细节，而不是像欧氏空间的物体一样最终会表现出光滑性
 - 维数非整数

分形举例：Koch雪花曲线



■ Koch雪花曲线

- 中间曲线的每一个线段被1/3大小的原始曲线所替代
- 后续的曲线又是中间曲线的一种缩小后的替代
- 维数
 $\ln 4 / \ln 3 = 1.2618$

基于分形方法生成山

- 一维情形：线段位于 x -轴，将线段在中点剖分，并将中点沿 y 方向移动一段距离，如此不断地剖分并且移动新得到的中点

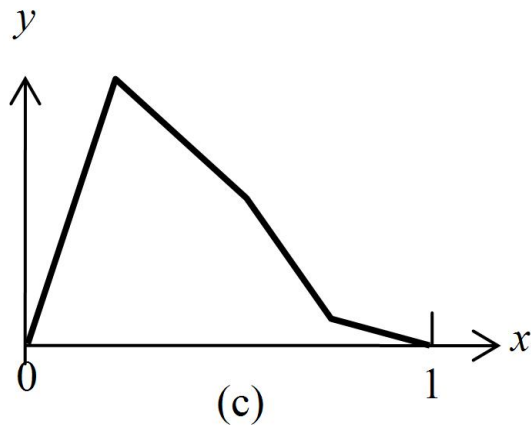
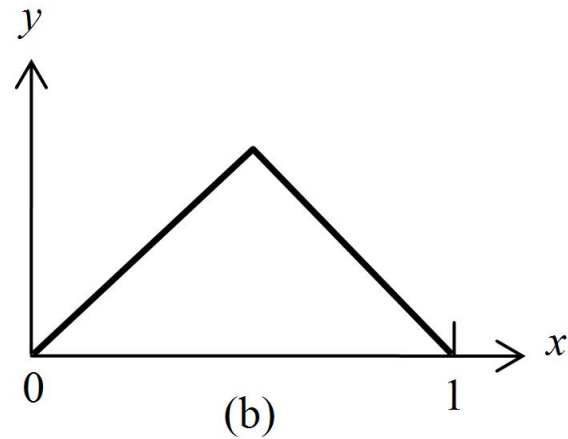
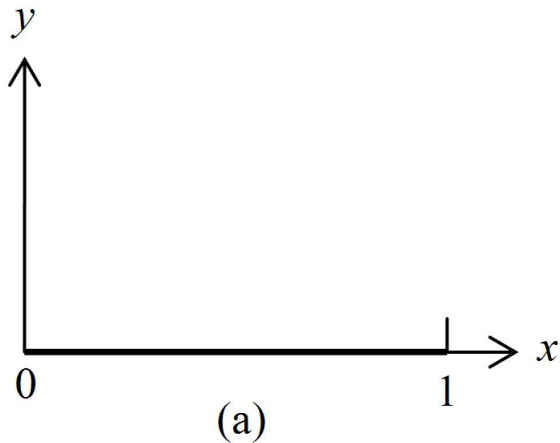
- 记 (x_i, y_i) 、 (x_{i+1}, y_{i+1}) 为直线段的两个端点，则剖分后新生成的点 (x_{new}, y_{new}) 为：

$$x_{new} = \frac{1}{2}(x_i + x_{i+1})$$

$$y_{new} = \frac{1}{2}(y_i + y_{i+1}) + P(x_{i+1} - x_i)\text{Random}(x_{new})$$

- $\text{Random}(\cdot)$ 为 $[0, 1]$ 之间的随机数， $P(\cdot)$ 为一个控制随机量大小的函数，例如在第 s 步剖分中， $P(s)=2^{-s}$

基于分形方法生成山：一维实例



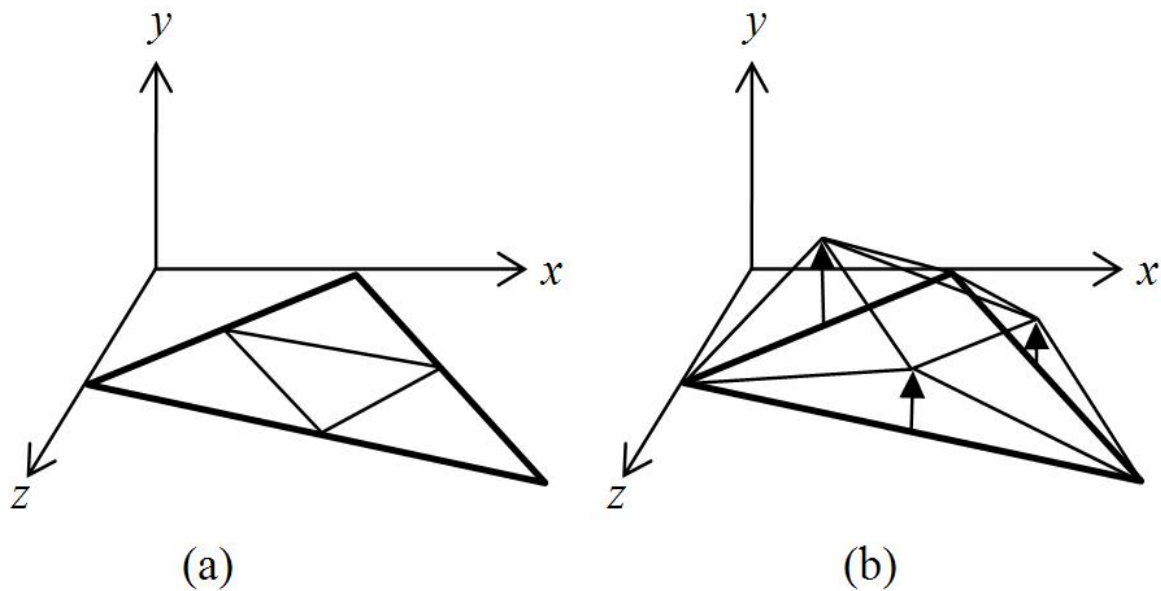
(a) 在 x -轴上的直线段

(b) 直线段的中点沿 y 方向移动一个随机量

(c) 进一步迭代的结果

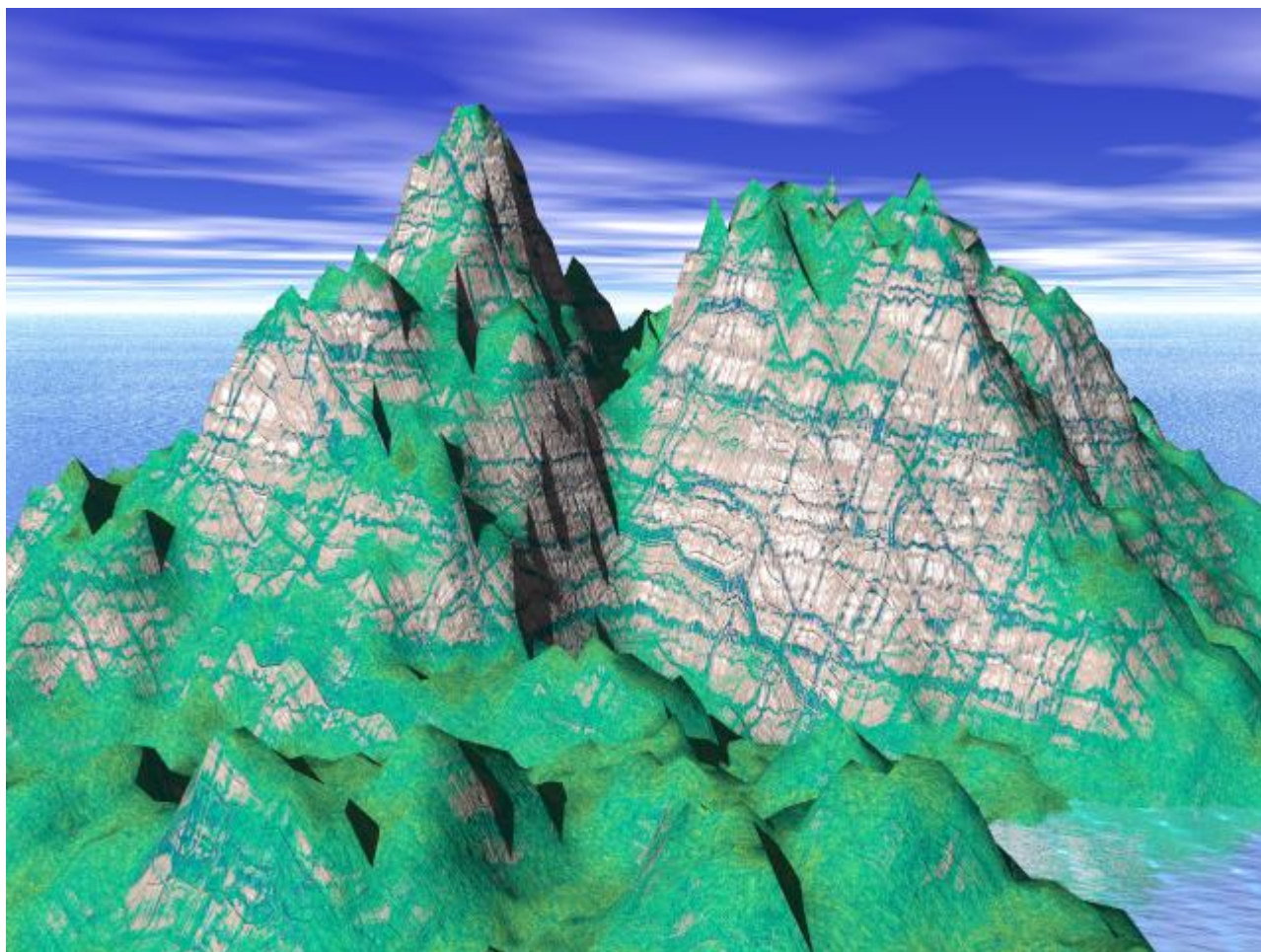
基于分形方法生成山

■ 二维情形



三角片被剖分为四个小三角形，每条边的中点沿 y 方向进行扰动

基于分形方法生成山的实例



L-系统：植物建模

■ L-系统

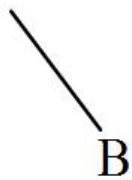
- 语法规则：通过对所给字符根据语法规则的迭代生成新的字符串，每次迭代结果称为一代
- 字符解释：将字符串中的字符解释为适当的几何体素，就可以得到一个基于语法规则生成的物体

■ L-系统成功地用于植物建模

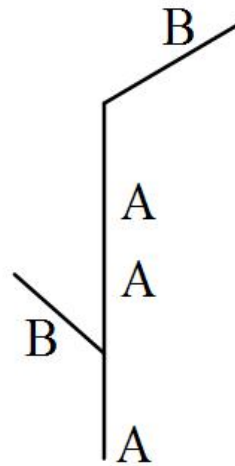
一个L-系统实例

- 字符集：“A”，“B”，“[” “]”，“（”，“）”
- 语法规则：
 - $A \rightarrow AA$; $B \rightarrow A[B]AA(B)$
 - 迭代两次
 - B
 - $A[B]AA(B)$
 - $AA[A[B]AA(B)]AAAA(A[B]AA(B))$
- 字符解释：“A”表示一个主干，“B”表示一个分支，“[”表示分支向左 45° ，“)”表示分支向右 45°

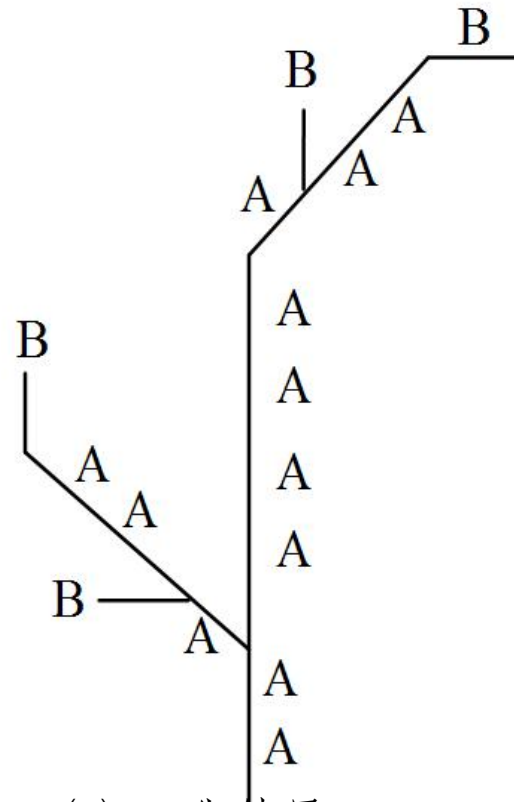
一个L-系统实例的图示



(a) 初始字符

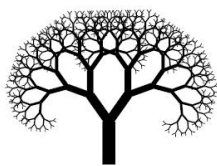


(b) 一代结果



(c) 二代结果

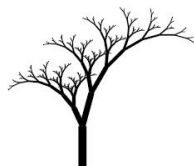
基于L-系统的植物建模实例



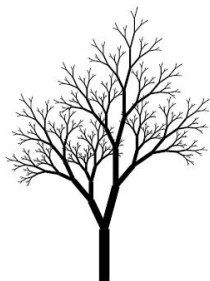
a



b



c



d



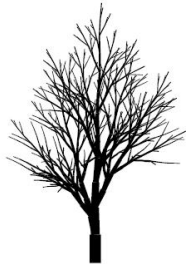
e



f



g



h



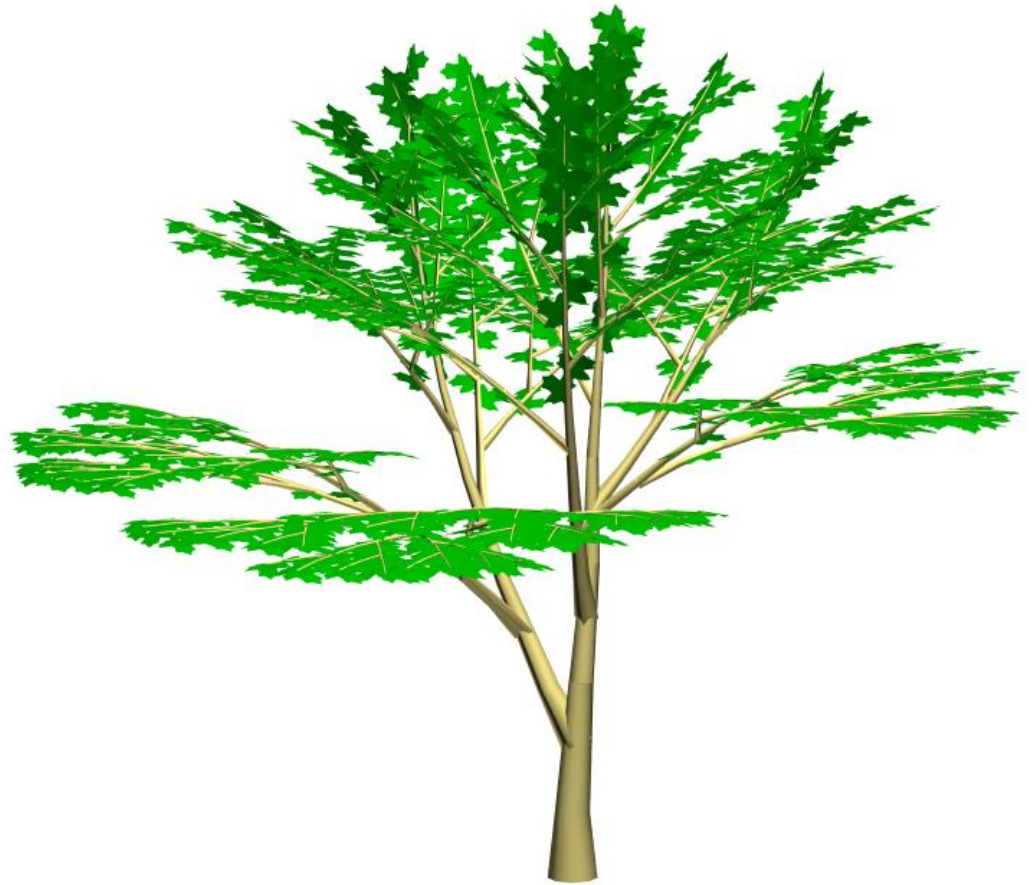
i



L-系统：植物建模

- 在L-系统中引入更多控制
 - 不同“代”之中的字符的不同解释
 - $(n+1)$ 代的树枝要比 n 代的树枝细一些、短一些
 - 终止节点处赋予树叶和花朵
- 通过设计不同的语法规则和字符解释集，可以构造出各种美丽的树木和花草

基于L-系统生成的花与树木



粒子系统

- 粒子系统
 - 由一组随时间变化的粒子组成
 - 粒子的变化由某种随机统计规律控制
 - 粒子有生命：产生、发展（运动）、消亡
 - 按照确定或随机运动规律进行运动
- 模拟火、雾、烟、焰火等外形随时间的变化而变动的模糊物体

粒子系统一般性描述

- 粒子系统是一个动态变化的系统，生成其中每一瞬间画面的步骤
 1. 产生新的粒子并加入系统中
 2. 赋予每一个新粒子一定的属性
 3. 删除那些已经超过其生命周期的粒子
 4. 根据粒子运动属性对粒子进行移动和变换
 5. 绘制并显示出所有有生命粒子组成的画面

基于粒子系统的火焰与瀑布



粒子系统生成的火焰



粒子系统生成的瀑布

自然景物造型

- 用其它方法可以模拟波浪、云和大气、湍流、布料等等
 - 共同的特点：专用性
- 自然景物的模拟仍然是计算机图形学中最富有挑战性的研究课题

一个在计算机中生成的复杂场景



The Kitchen - Jaime Vives Piqueres - POVCOMP 2004

小结

- 隐式曲面：Metaball、代数曲面
- 细分曲面：Doo-Sabin、Catmull-Clark
- 物体的CSG树表示
- 自然景物表示方法
 - 分形
 - L-系统
 - 粒子系统

问题？

